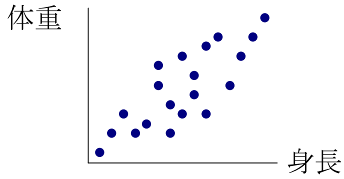
# ○計量経済学（応用）入学前課題

提出物について。
・課題 1 のみ、課題 2 のみ、課題 1 と 2 両方の、三通りから一つ選んで提出。
・課題 1 は、プリントして記入するか、プリント出来ない場合はノート等に文章を作成して提出。
・課題 2 は、プリントして記入するか、プリント出来ない場合はノート等に点線枠内のみを作成して提出。

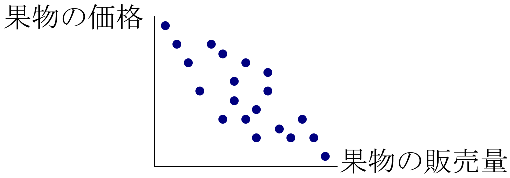
## データの関係と相関係数

　身長と体重の関係をみると、通常は身長が高いほど、体重は重くなる。このような二種類のデータ間の関係を相関関係といい、日常的に随所でみられる。相関関係として、正の相関、負の相関、無相関を取り上げ、概念を図示して説明した。図の軸はそれぞれのデータの値を示す。

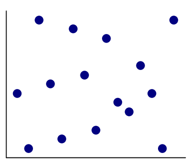
① 正の相関：一方のデータの値が増加（減少）すると、他方の値も同様に増加（減少）する。
（例）身長と体重。身長が高いほど、体重は重くなる。同じ身長でも体重に差があるのでばらつきがみられる。




② 負の相関：一方のデータの値が増加（減少）すると、他方の値は反対に減少（増加）する。
（例）価格と販売量。バナナのような安い果物は多く売れるが、マンゴーのような高価ものはあまり売れない。




③ 無相関：一方のデータの値の増減と他方とは無関係。



相関係数$r^2$は以下の定義式で求められる。

$$r^2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2\sum(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{(x_1-\bar{x})(y_1-\bar{y})+(x_2-\bar{x})(y_2-\bar{y})+\cdots+(x_n-\bar{x})(y_n-\bar{y})}{\sqrt{\{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2\}\times\{(y_1-\bar{y})^2+(y_2-\bar{y})^2+\cdots+(y_n-\bar{y})^2\}}}$$ 。

Σ：合計の記号。

$x_i$、$y_i$：i 番目の $x$ と $y$ の個々のデータ。$n$ 番目までのデータが存在するとき、$i$=1,2,⋯,$n$ となる。

$n$：データ数。データが $n$ 番目まで存在するので、それがデータ数となる。$x$ と $y$ の組み合わせの数でもある。

$\bar{x}$と$\bar{y}$：$x$ と $y$ の平均。$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$、$\bar{y}=\frac{y_1+y_2+\cdots+y_n}{n}$。

$x_i-\bar{x}$、$y_i-\bar{y}$：個々のデータと平均との差。$x_i-\bar{x}$を $x$ の偏差、$y_i-\bar{y}$を $y$ の偏差という。

$\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=(x_1-\bar{x})(y_1-\bar{y})+(x_2-\bar{x})(y_2-\bar{y})+\cdots+(x_n-\bar{x})(y_n-\bar{y})$:$x$ の偏差と $y$ の偏差の積の合計。

$\sum(x_i-\bar{x})^2=(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2$：$x$ の偏差の二乗の合計。

$\sum(y_i-\bar{y})^2=(y_1-\bar{y})^2+(y_2-\bar{y})^2+\cdots+(y_n-\bar{y})^2$：$y$ の偏差の二乗の合計。

$\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2\sum(y_i-\bar{y})^2}$：$x$ の偏差の二乗の合計と $y$ の偏差の二乗の合計を乗じた後、平方根をとる。

（計算例）以下のデータのとき、$x$ と $y$ の相関係数を求める。

| | データ(1) | | 偏差(3) | | 偏差の積(4) | 偏差の二乗(5) | 偏差の二乗(6) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $i$ | $x_i$（肥料） | $y_i$（産出） | $x_i-\bar{x}$ | $y_i-\bar{y}$ | $(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$ | $(x_i-\bar{x})^2$ | $(y_i-\bar{y})^2$ |
| 1 | 1 | 3 | 1-3=-2 | 3-5=-2 | (-2)×(-2)=4 | $(-2)^2$=4 | $(-2)^2$=4 |
| 2 | 2 | 5 | 2-3=-1 | 5-5=0 | (-1)×0=0 | $(-1)^2$=1 | $0^2$=0 |
| 3 | 4 | 4 | 4-3=1 | 4-5=-1 | 1×(-1)=-1 | $1^2$ =1 | $(-1)^2$=1 |
| 4 | 5 | 8 | 5-3=2 | 8-5=3 | 2×3=6 | $2^2$=4 | $3^2$=9 |
| Σ | 12 | 20 | | | 9 | 10 | 14 |

$\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$　　$\sum(x_i-\bar{x})^2$　　$\sum(y_i-\bar{y})^2$

計算手順

(1) 個々のデータは$x_1=1$、$x_2=2$、$x_3=4$、$x_4=5$、$y_1=3$、$y_2=5$、$y_3=4$、$y_4=8$となり、データの組合わせは 4 個あるので、$i$=1,⋯,4 となり、データ数 $n$=4。

(2) 平均を求める。$\bar{x}=\frac{1+2+4+5}{4}=\frac{12}{4}=3$、$\bar{y}=\frac{3+5+4+8}{4}=\frac{20}{4}=5$。

(3) 偏差、$x_i-\bar{x}$と$y_i-\bar{y}$を求める。

(4) 偏差の積$(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$を求め、合計する。

(5) $x$ の偏差の二乗$(x_i-\bar{x})^2$を求め、合計する。

(6) $y$ の偏差の二乗$(y_i-\bar{y})^2$を求め、合計する。

(7) $\sum(x_i-\bar{x})^2\sum(y_i-\bar{y})^2$=10×14=140 なので、平方根をとると$\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2\sum(y_i-\bar{y})^2}=\sqrt{140}=11.8$。

(8) 定義式にあてはめる。

$$r^2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2\sum(y_i-\bar{y})^2}}$$

$$=\frac{9}{11.8}$$

=0.761

［課題 1］①、②について、それぞれの関係を示すようなデータには、どのようなものがあるだろうか。実際の数字は提示せず、想定しうるデータをそれぞれ三組考え、説明文中の(例)のようにデータ名と解説を記せ。データの分野は、経済に限らず、産業技術、環境、教育、医療、スポーツなどでも良い。

① 正の相関

・[＿＿＿＿＿＿]と[＿＿＿＿＿＿] [＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿]

・[＿＿＿＿＿＿]と[＿＿＿＿＿＿] [＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿]

・[＿＿＿＿＿＿]と[＿＿＿＿＿＿] [＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿]

② 負の相関

・[＿＿＿＿＿＿]と[＿＿＿＿＿＿] [＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿]

・[＿＿＿＿＿＿]と[＿＿＿＿＿＿] [＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿]

・[＿＿＿＿＿＿]と[＿＿＿＿＿＿] [＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿]

［課題 2］計算例を参考に以下のデータについて、相関係数を求めよ。

| | データ(1) | | 偏差(3) | | 偏差の積(4) | 偏差の二乗(5) | 偏差の二乗(6) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $i$ | $x_i$ | $y_i$ | $x_i - \bar{x}$ | $y_i - \bar{y}$ | $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(y_i - \bar{y})^2$ |
| 1 | 0 | 3 | | | | | |
| 2 | 1 | 2 | | | | | |
| 3 | 3 | 4 | | | | | |
| 4 | 5 | 0 | | | | | |
| 5 | 6 | 1 | | | | | |
| Σ | | | | | | | |

計算手順

(1) データの組合わせを数え、データ数 $n$ を求めよ。

(2) 平均を求めよ。

$\bar{x} =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿ $=$ 　　　、$\bar{y} =$ ＿＿＿＿＿＿＿ $=$

(3) 偏差、$x_i - \bar{x}$ と $y_i - \bar{y}$ を求めよ。

(4) 偏差の積、$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ を求め、合計して定義式の分子の値とせよ。

(5) $x$ の偏差の二乗、$(x_i - \bar{x})^2$ を求め、合計せよ。

(6) $y$ の偏差の二乗、$(y_i - \bar{y})^2$ を求め、合計せよ。

(7) $\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2 =$ 　　　　$=$ 　　　　なので、分母 $\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{\quad} =$ 　　　　。

（ヒント：$\sqrt{260} = 16.1$）。

(8) 定義式にあてはめよ。

$r^2 = \frac{\quad}{\quad}$

$=$